

线性与非线性电路相统一的伴随网络法

沈 灿,张祖舜

(南京邮电学院 141 信箱,南京 210003)

摘 要: 把线性电路中的伴随网络法运用到微波非线性电路中,文中给出了对线性与非线性电路都适用的伴随网络法,能快速求解非线性电路中精确的灵敏度.

关键词: 微波非线性电路;灵敏度;伴随网络法

中图分类号: TN13 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2000) 03-0115-03

A Unified Adjoint Network Method of Linear and Nonlinear Circuits

SHEN Can, Zhang Zu-shun

(Box 141, Nanjing University of Post and Telecommunication, Nanjing 210003, China)

Abstract: Adjoint network of linear circuits is used to solve microwave nonlinear circuits problems. In the paper, a unified adjoint network method of linear and nonlinear circuits is presented. This method can calculate sensitivity quickly.

Key words: nonlinear microwave circuit; sensitivity; adjoint network method

1 引言

在设计微波非线性电路 CAD 软件包时,所遇到的最大问题是运算量大、可靠性差等,而引发这些问题的一个重要原因是,难以求出非线性电路中精确的灵敏度.而且,随着 MIC、MMIC 的发展,该课题的研究对象是大规模电路 CAD 技术,因此本文就给出了适合于求出任意拓扑的非线性电路的精确的灵敏度,而且对于求解任意的频率激励的电路也同样适用^[1].这一算法与分层法^[2]、算术运算法(AOM)^[3,4]相结合,可以用于任何复杂拓扑结构的电路的 CAD 软件包的设计.分层法把元件分成多个块,一个块可以包含其他块,可求解大型非线性电路.算术运算法把器件中的非线性函数展开为算术运算函数,利用矩阵运算来求解非线性函数谱向量.

2 线性电路的伴随网络法

根据特勒根定理,对两个不同的网络 N 的 N ,只要它们的拓扑结构相同(即 $A = A$, A 为网络的关联矩阵),而支路特性可以不同,则网络 N 和 N 中的支路电压(或电流)之间存在如下关系

$$V^T \mathbf{1} = \mathbf{1}^T V = 0, \mathbf{v}^T \mathbf{1} = \mathbf{1}^T \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

式中符号“ \wedge ”表示与网络 N 有关的电量,这就是特勒根定理,写成变分形式即

$$\mathbf{1}^T V - V^T \mathbf{1} = 0 \quad (2)$$

将网络 N 分解成两部分,抽出所有的独立源作为端口支路 p ,剩下的无源支路 b 就组成一个多端口网络,并把所要考察的响应都作为端口电量处理,例如在所考察电压相关的

支路中并联一个零值独立电流源.再令网络 N 的拓扑结构与网络 N 相同,且假定与独立源相对应的支路特性与网络 N 中保持一致,然后再对 N 作同样分割,由式(2)有

$$\mathbf{1}_p^T V_p - \mathbf{v}_p^T \mathbf{1}_p = -(\mathbf{1}_b^T V_b - \mathbf{v}_b^T \mathbf{1}_b) \quad (3)$$

对网络 N 中无源支路的特性作一定的选择,使式(3)右边只与元件的参数变化有关,而与支路电量的变化无关.对 N 中端口支路的激励作一定选择,使式(3)左边只与所要考察的响应变化有关.则取 $\mathbf{z}_b = \mathbf{z}_b^T$, 有

$$\mathbf{1}_p^T V_p - \mathbf{v}_p^T \mathbf{1}_p = -\mathbf{1}_b^T Z_b \mathbf{1}_b \quad (4)$$

或取 $\mathbf{y}_b = \mathbf{y}_b^T$, 有

$$\mathbf{1}_p^T V_p - \mathbf{v}_p^T \mathbf{1}_p = \mathbf{v}_b^T Y_b \mathbf{v}_b \quad (5)$$

关于其具体过程可参考文献[5].

3 非线性电路的伴随网络法

当电路中含有非线性元件时,上节所述伴随网络法显然不再适用.求解非线性电路灵敏度的常用方法是微扰法,而微扰法的缺点有两个:第一,运算量大,每求一次灵敏度对应于求解一次电路;第二,不准确,由于难以选定微扰的大小而使得误差大.为此,必须寻找准确的快速的灵敏度求解方法.求解非线性直流电阻网络的灵敏度的伴随网络法已很成熟^[5],但是通用的伴随网络法却依然处于探索之中,它要求的是线性与非线性电路相统一的方法.

如上节所述,把非线性电路分成三部分,即端口支路 p 、由无源线性支路 b 组成的多端口网络 L 及由非线性元件组成的非线性网络 N ,那么根据式(2)有

$$\mathbf{1}_p^T \mathbf{V}_p - \mathbf{v}_p^T \mathbf{I}_p = \mathbf{v}_p^T \mathbf{I}_b - \mathbf{1}_p^T \mathbf{V}_b + \mathbf{v}_N^T \mathbf{I}_N - \mathbf{1}_N^T \mathbf{V}_N \quad (6)$$

式中下标 N 表示非线性支路. \mathbf{I}_p 是由对应于端口支路 p 的一系列谱向量构成的, 即 $\mathbf{I}_p = [\bar{\mathbf{I}}_{p1}, \bar{\mathbf{I}}_{p2}, \dots, \bar{\mathbf{I}}_{pn_p}]^T$, 其中下标 n_p 为端口支路 p 的总数, $\bar{\mathbf{I}}_{pk} = [I_{pk}^0, I_{pk}^{1R}, I_{pk}^{1I}, I_{pk}^{2R}, I_{pk}^{2I}, \dots, I_{pk}^{(H-1)R}, I_{pk}^{(H-1)I}]^T$, $k = [1, 2, \dots, n_p]$, 上标 R, I 分别表示取复数的实部、虚部, 上标 $0, 1, \dots, (H-1)$ 表示谐波的次数. 同样地, 可写出 $\mathbf{V}_p, \mathbf{V}_b, \mathbf{I}_b, \mathbf{I}_N, \mathbf{V}_N$ 的表示式. 与线性网络不同, 非线性网络中的电流 \mathbf{I}_N 可表示为

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_N(x, \mathbf{V}_N) \quad (7)$$

式中 $\mathbf{I}_N(x, \mathbf{V}_N)$ 是一个非线性函数, x 是由非线性函数中的变量所组成的向量, 式(7)可以代表受控源、非线性电容和非线性电感等各种非线性器件, 对式(7)求变分

$$\mathbf{I}_N(x, \mathbf{V}_N) = \frac{\partial \mathbf{I}_N}{\partial x} x + \frac{\partial \mathbf{I}_N}{\partial \mathbf{V}_N} \mathbf{V}_N \quad (8)$$

考虑到

$$\mathbf{I}_b = \mathbf{Y} \mathbf{V}_b + \mathbf{1}_b \mathbf{V}_b, \mathbf{1}_b = \mathbf{1} \mathbf{v}_b \quad (9)$$

则式(6)可改写为

$$\begin{aligned} \mathbf{1}_p^T \mathbf{V}_p - \mathbf{v}_p^T \mathbf{I}_p &= \mathbf{v}_p^T \mathbf{Y} \mathbf{V}_b + \mathbf{v}_b^T \mathbf{1}_b \mathbf{V}_b - (\mathbf{1}_b \mathbf{v}_b)^T \mathbf{V}_b + \mathbf{v}_N^T \left(\frac{\partial \mathbf{I}_N}{\partial x} x \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \mathbf{I}_N}{\partial \mathbf{V}_N} \mathbf{V}_N \right) - \mathbf{1}_N^T \mathbf{V}_N = \mathbf{v}_b^T (\mathbf{Y} - \mathbf{1}^T) \mathbf{V}_b \\ &+ \mathbf{v}_b^T \mathbf{1}_b \mathbf{V}_b + \mathbf{v}_N^T \frac{\partial \mathbf{I}_N}{\partial x} x + \left(\mathbf{v}_N^T \frac{\partial \mathbf{I}_N}{\partial \mathbf{V}_N} - \mathbf{1}_N^T \right) \mathbf{V}_N \end{aligned} \quad (10)$$

令

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}^T, \mathbf{1}_N = \left(\frac{\partial \mathbf{I}_N}{\partial \mathbf{V}_N} \right)^T \mathbf{v}_N \quad (11)$$

由式(11)可见, 伴随网络 L 的导纳矩阵即网络 L 的导纳矩阵的转置, 而伴随网络 N 的导纳矩阵为 $\left(\frac{\partial \mathbf{I}_N}{\partial \mathbf{V}_N} \right)^T$. 因 Jacobian 矩阵是由线性网络与非线性网络共同构成的, 而 $\frac{\partial \mathbf{I}_N}{\partial \mathbf{V}_N}$ 是构成 Jacobian 矩阵的非线性网络项, 式(11)中的 \mathbf{Y} 是其中的线性网络项. 即

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{I}_N}{\partial \mathbf{V}_N} + \mathbf{Y} \quad (12)$$

那么由式(11)知道整个网络的伴随网络的导纳矩阵

$$\mathbf{Y}_{\text{all}} = \mathbf{J}^T \quad (13)$$

其物理意义可理解为, Jacobian 矩阵是整个非线性电路在其工作点附近的微分导纳矩阵, 伴随网络是线性化等效电路的伴随网络. 由式(10)、(11)有

$$\mathbf{1}_p^T \mathbf{V}_p - \mathbf{v}_p^T \mathbf{I}_p = \mathbf{v}_b^T \mathbf{Y} \mathbf{V}_b + \mathbf{v}_N^T \frac{\partial \mathbf{I}_N}{\partial x} x \quad (14)$$

式(14)就是线性电路与非线性电路相统一的伴随网络法的表示式.

分两种情况讨论. 第一, 当需求解的实量属于线性网络时, $\frac{\partial \mathbf{I}_N}{\partial x} = 0$, 式(14)变成

$$\mathbf{1}_p^T \mathbf{V}_p - \mathbf{v}_p^T \mathbf{I}_p = \mathbf{v}_b^T \mathbf{Y} \mathbf{V}_b \quad (15)$$

上式与线性网络的伴随网络法的表示式一样, 不过, 此时的伴

随网络导纳矩阵是 Jacobian 矩阵的转置. 如果需求解的变量是独立信号源, 可以直接由式(6)求得.

第二, 当需求解的变量属于非线性网络时, $\mathbf{Y} = 0$, 式(14)变成

$$\mathbf{1}_p^T \mathbf{V}_p - \mathbf{v}_p^T \mathbf{I}_p = \mathbf{v}_N^T \frac{\partial \mathbf{I}_N}{\partial x} x \quad (16)$$

根据以上所述, 若求电压变量 V_{sen} 的灵敏度, 则令伴随网络中 V_{sen} 所在端口加上一单位电流源, 而其它的独立电源都为零. 若变量属于非线性器件 ND , 其非线性函数是 $i(t) = i(v(t), \dots)$, 则

$$\frac{\partial V_{\text{sen}}}{\partial} = \overline{\mathbf{v}_{ND}^T} \frac{\partial \bar{\mathbf{I}}_{ND}}{\partial} \quad (17)$$

式中, 上标“ $\bar{\cdot}$ ”表示谱向量, 下标“ ND ”表示该器件上的电量. 如果属于一个非线性电容 NC , 则上式可写为

$$\frac{\partial V_{\text{sen}}}{\partial} = \overline{\mathbf{v}_{NC}^T} \frac{\partial \bar{Q}_{NC}}{\partial} \quad (18)$$

式中是块对角矩阵, 其形式参见文献[6]. 可见, 非线性电路灵敏度的求解可使用类似于线性电路的伴随网络法的处理方法.

4 非线性电路伴随电压的求解算法

非线性电路的伴随电压的具体求解算法如下:

(1) 若需求端口电压 V_{sen} 的灵敏度, 如图 1, 则在对应的伴随网络中的 V_{sen} 的端口加一个单位电流源.

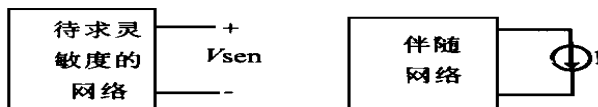


图 1 在对应的伴随网络中加一单位电流源

(2) 用分层法^[2], 由下层的等效电路求出上层的等效电路, 层层向上, 求出 V_{sen} 端口的单位电流源在 Main 块中的等效电流源 I_s , Main 块是分层法是最顶层的块.

(3) 利用 $\mathbf{J}^T \mathbf{v}_m = I_s$, 求出 Main 块中的伴随电压 \mathbf{v}_m .

(4) 把 \mathbf{v}_m 用逐层向下回代的方法, 注意到各块的伴随网络的导纳矩阵是原来各块的导纳矩阵的转置, 求出所有节点的伴随电压.

最后, 用式(17)求出灵敏度.

5 讨论

利用上述方法可求出各种不同变量的灵敏度, 例如当变量是直流偏置源、交流信号源或者是温度 k , 都可得到其灵敏度求解法.

(1) 欲求 $\frac{\partial V_{\text{sen}}}{\partial V_{dc}}$, V_{dc} 为直流偏置电压源, 用 Z_{dc} 表示其源阻抗, 根据其伴随网络模型, 令 $V_{dc} = 0$. 由第 4 部分所述求出伴随电压, 最后由式(17)有

$$\frac{\partial V_{\text{sen}}}{\partial V_{dc}} = \sum_{k=0}^H \text{Re}[\mathbf{v}_{dc}(k) \left(\frac{1}{Z_{dc}} \right)^*] = \sum_{k=0}^H \text{Re}[\mathbf{q}_{dc}(k)] \quad (19)$$

式中 $\mathbf{q}_{dc}(k)$ 表示直流偏置电压源所在支路的伴随电流的第 k 次 Fourier 系数, Re 表示求复数的实部.

(2) 欲求 $\frac{\partial V_{scn}}{\partial V_m}$, V_{in} 为输入信号源, 用 Z_{in} 表示其源阻抗, 根据其伴随网络模型, 令 $Z_{in} = 0$. 根据第四部分所述求出伴随电压, 最后由式 (17) 可得到灵敏度.

(3) 欲求 $\frac{\partial V_{scn}}{\partial K}$, K 为绝对温度, 由于受温度影响的元件有很多个线性、非线性元件, 包含于各个线性块与非线性块中. 若用向量表示这些元件有 $[K_1, K_2, \dots, K_n]^T$, 则对它们分别求导并求和有

$$\frac{\partial V_{scn}}{\partial K} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V_{scn}}{\partial K_i} \quad (20)$$

式中 $\frac{\partial V_{scn}}{\partial K}$ 表示对 i 个元件求温度的偏导数.

6 结论

用本文中的算法所求出的灵敏度与用微扰法的结果完全一致. 并且作者还运用文中所述算法设计了微波功率放大器 CAD 软件包, 软件能高效率地进行微波功放的设计^[6]. 本文所述方法的优点有:

(1) 适用于任何拓扑结构的网络, 能解决 MIC、MMIC 等各种复杂的非线性电路.

(2) 与 AOM 相结合, 能解决单频与多频率的问题, 如混频器等.

(3) 可求解包括拓扑中所有元件参数的灵敏度, 包括对偏置电压、温度等的灵敏度.

(4) 灵敏度是精确的, 文中并未做任何近似.

(5) 灵敏度是快速的. 只需求解一次电路即可求出所有参数的灵敏度. 应用了分层法、AOM 及各种技术以提高算法的效率.

参考文献

- [1] 沈灿, 张祖舜. 用算术运算法分析多频激励下微波非线性电路. 电子学报, 1997, 25(2): 116 ~ 118
- [2] 沈灿, 张祖舜. 统一的微波线性与非线性电路的分层法. 固体电子学研究与发展, 1996, 16(3): 259 ~ 264
- [3] 张祖舜, 沈灿. 微波非线性电路全频域谐波平衡分析—1. 方程的建立算术运算法. 电子学报, 1994, 22(12): 35 ~ 45
- [4] 张祖舜, 沈灿. 微波非线性电路全频域谐波平衡分析. 电子学报, 1995, 23(3): 62 ~ 66
- [5] 居梯. 有源网络计算机辅助设计. 科学出版社, 1986
- [6] 沈灿. 微波非线性电路仿真技术. 博士学位论文, 南京: 东南大学, 1997



沈 灿 1970 年出生, 分别于 1991、1994、1997 年在东南大学获学士、硕士、博士学位, 主要研究方向为微波非线性电路 CAD、多媒体通信与 Internet 技术, 已发表论文 10 余篇.

(上接第 127 页)

- [3] Blum R. S., Kassam S. A., Poor H. V. Distributed Detection with Multiple sensors: Part -Advanced Topics. Proc. of IEEE, 1997, 85(1): 64 ~ 79
- [4] 关键, 何友, 彭应宁. 基于局部观测信噪比的新的分布式 CFAR

检测. 清华大学学报, 1999, 39(1): 51 ~ 53

- [5] Mathur A., Willett P. K. Local SNR Considerations in Decentralized CFAR Detection. IEEE Trans. AES, 1998, 34(1): 13 ~ 22